

Institut Galilée
Mécanique numérique
TD 1

1. Supposons que l'énergie de déformation dans une poutre élastique linéaire est essentiellement due à la flexion. Ecrire l'énergie de déformation d'une poutre en terme de la dérivée seconde du déplacement fléchissant;

2. Ecrire l'énergie complémentaire d'une poutre élastique linéaire en fonction du moment de flexion ;

3. Théorèmes de Castigliano

- Démontrer le premier théorème de Castigliano en utilisant le principe de l'énergie potentielle totale:

Soit P un point sur S_f d'un solide Ω sur lequel s'exerce une force concentrée F ; Soit d le déplacement du point P suivant F , démontrer la relation suivante :

$$F = \frac{\partial U}{\partial d}$$

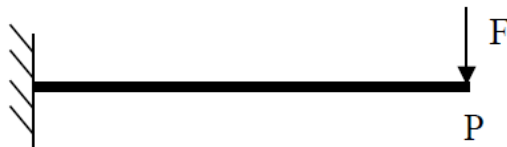
- Démontrer le deuxième théorème de Castigliano en utilisant le principe de l'énergie complémentaire:

Soit P un point sur S_f d'un solide Ω sur lequel s'exerce une force concentrée F ; Soit d le déplacement du point P suivant F , démontrer la relation suivante :

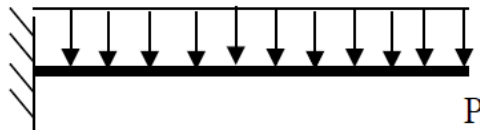
$$d = \frac{\partial U^*}{\partial F}$$

4. Application du deuxième théorème de Castigliano :

- Calculer la flexion maximale d'une poutre encastrée soumise à une force concentrée en point P .



- Méthode de force virtuelle. Calculer la flexion maximale d'une poutre encastrée soumise à une charge uniformément répartie.



5. Méthode de Ritz. Résoudre les deux problèmes posés dans 4 en utilisant la méthode de Ritz.

6. Considérons une plaque bi-dimensionnelle ABCD, de largeur a , de hauteur b , et d'épaisseur 1.

Les forces volumiques sont négligées : $\{f_v\} = 0$.

Sur S_u , AB : $u_x = 0$; BC : $u_y = 0$;

Sur S_f , AD : $\{f_s\}(y = b) = \{0 -q_2\}^T$; CD : $\{f_s\}(x = a) = \{-q_1 0\}^T$;

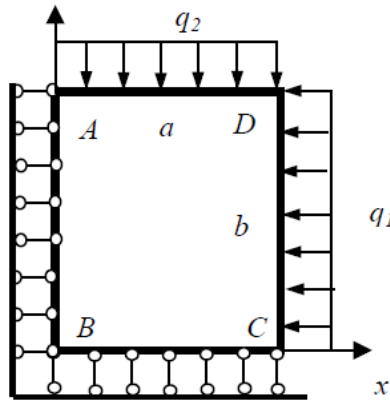
On cherche le champ de déplacement de la plaque en utilisant la méthode de Ritz.

Pour ce faire, on construit un champ de déplacements cinématiquement admissible

ayant la forme suivante :

$$\{u\} = \{Ax \quad By\}^T$$

A et B sont des constantes à déterminer.



7. On considère une structure composée d'une plaque mince ABCD d'épaisseur 1. Le matériau est élastique linéaire et isotrope avec E le module de Young et ν le coefficient de Poisson. La plaque est encastree sur les trois côtés AB, BC et AD. Rapportée à un système de coordonnées Cartésien Oxy, elle est soumise au chargement dû à son propre poids $f_{vy} = -\rho g$ selon l'axe y , ρ étant la masse volumique du matériau. On néglige dans ce problème le déplacement suivant l'axe x . Utiliser la méthode de Ritz pour déterminer le déplacement maximal dans la plaque.

