# Instruction pour expérience

FL 130 Analyse des contraintes au niveau d'un réservoir à paroi mince





Ce mode d'emploi doit être conservé à proximité de l'appareil.

Avant d'utiliser l'appareil : - Lisez ce mode d'emploi. - Tous les participants doivent être initiés au maniement de l'appareil et, le cas échéant, se familiariser avec les consignes de sécurité.

Version 0.6

Sous réserve de modifications techniques



# Sommaire

1	Intro	oduction					
2	Des	scription technique					
	2.1	FL 130 Analyse des contraintes au niveau d'un réservoir à paroi mince					
	2.2	Logiciel FL 151 pour l'appareil FL 1305					
3	Con	signes de sécurité et avertissements6					
4	Thé	orie					
	4.1	Contraintes dans le réservoir à paroi mince					
		4.1.1 Le réservoir est ouvert aux extrémités (tube)					
		4.1.2 Le réservoir est fermé aux extrémités (chaudière) 9					
	4.2	Déformations et contraintes					
		4.2.1 Rapports de transformation					
		4.2.2 Cercle de Mohr					
		4.2.3 Détermination des déformations principales et des					
		contraintes principales 16					
5	Ess	ais					
	5.1	5.1 Détermination des contraintes principales avec le cylindre ouvert (tube)					
	5.2	Détermination des contraintes principales avec le cylindre fermé (chaudière)					
	5.3	Comparaison cylindre ouvert / fermé					
	5.4	Détermination du coefficient de Poisson 27					
6	Ann	exe					
	6.1	Caractéristiques techniques					
	6.2	Liste des symboles et unités 30					



# ANALYSE DES CONTRAINTES AU NIVEAU D'UN RÉSERVOIR À PAROI MINCE

### 1 Introduction



L'appareil **FL 130** sert à démontrer la contrainte plane dans un réservoir à paroi mince soumis à une pression intérieure. L'appareil est conçu pour l'utilisation avec l'amplificateur de mesure multivoie FL 151 de la société G.U.N.T.

La validité des équations figurant dans la littérature peut être démontrée de manière expérimentale pour les contraintes normales dans les directions longitudinale et tangentielle. En l'occurrence, l'appareil peut être utilisé comme tube ouvert ou comme réservoir fermé.

Les contraintes réelles sont calculées à partir des déformations du cylindre mesurées via des extensomètres à jauge. Les extensomètres à jauge sont disposés à différents angles de sorte que la détermination des déformations principales ou des contraintes principales puisse également être effectuée en fonction de la grandeur et de la direction.

L'appareil permet de traiter en détail les thèmes suivants de la résistance des matériaux :

- Détermination du module d'élasticité et du coefficient de Poisson
- Calcul des déformations principales
- Application des équations de transformation pour la contrainte plane
- Cercle de Mohr des contraintes et des déformations.



### 2 Description technique

### 2.1 FL 130 Analyse des contraintes au niveau d'un réservoir à paroi mince



Pos.	Désignation	Pos.	Désignation
1	Bouton de soulagement	8	Cylindre
2	Cylindre hydraulique	9	Piston de verrouillage
3	Pompe hydraulique	10	Collet d'appui
4	Levier à main	11	Broche filetée
5	Manomètre	12	Poignée-étoile
6	Couvercle fixe	13	Châssis avec plaque de base
7	Application des extensomètres à jauge	14	Connecteur pour l'amplificateur de mesure multivoie FL 151





Un **cylindre** (8) à paroi mince en aluminium constitue le cœur de l'appareil. Le cylindre est fermé hermétiquement d'un côté à l'aide d'un couvercle (6) vissé. De l'autre côté, le cylindre est verrouillé à l'aide d'un piston de verrouillage (9). Ce dernier est déplacé via une poignée-étoile (12) et une broche filetée (11).

Lou la p col co Lou Piston à l'extérieur : fermé



Lorsque le piston est en **position extérieure** (9), la pression frontale s'exerce sur le piston et sur un collet (10) vissé sur le cylindre. Il s'agit de la **contrainte biaxiale du réservoir fermé**.

Lorsque le piston est en **position intérieure**, la pression frontale s'exerce sur le châssis de base. Le cylindre n'est pas chargé dans la direction longitudinale. Il s'agit de la **contrainte axiale du tube ouvert**.

Piston à l'intérieur : ouvert

Fig. 2.2 Positions extérieure et intérieure du piston



# ANALYSE DES CONTRAINTES AU NIVEAU D'UN RÉSERVOIR À PAROI MINCE



Pompe hydraulique

Le cylindre est rempli d'huile hydraulique. La pression intérieure souhaitée est créée à l'aide d'une **pompe hydraulique** (3) actionnée à la main et s'affiche via un **manomètre** (5). Si la pression baisse légèrement au début, réajuster la á l'aide de la pompe hydraulique.

Le système hydraulique est fermé hermétiquement et ne nécessite aucun entretien.

La soupape de sécurité se déclenche à env. 35bar.

Le cas échéant, l'appoint d'huile hydraulique peut être effectué via le bouchon de remplissage d'huile.

Des **extensomètres à jauge** (7) sont répartis sur la circonférence de la surface du cylindre. Deux extensomètres à jauge diamétralement opposés forment à chaque fois un demi-pont en diagonale.

Dès lors, cela permet d'empêcher une influence perturbatrice provenant de contraintes de flexion superposées. Au total, 5 demi-ponts sont prévus avec les différentes positions angulaires de 0°, 30°, 45°, 60° et 90° par rapport à l'axe du cylindre.

L'appareil est raccordé à l'amplificateur de mesure FL 151 de G.U.N.T. via le connecteur multiple (14). Les voies A1 - A5 sont affectées dans l'amplificateur de mesure multivoie.

Fig. 2.3



Fig. 2.4 Application des extensomètres à jauge



### 2.2 Logiciel FL 151 pour l'appareil FL 130



Fig. 2.5 FL 130 avec PC et le logiciel FL 151

Conditions requises pour l'utilisation du logiciel :

- Installer le logiciel FL 151 sur le PC.
  - Relier le FL 151 au PC avec le câble USB.



Démarrage du logiciel :

- Le logiciel ne peut être démarré que si le matériel du FL 151 est raccordé.
- Après l'initialisation, une fenêtre permettant de sélectionner le périphérique raccordé (FL 120, FL 130, FL 140) s'ouvre.
- La fenêtre diagramme système s'ouvre ensuite.

Toutes les valeurs de mesure s'affichent en ligne dans cette fenêtre. Les valeurs de mesure s'affichent sous forme de valeurs numériques et dans deux graphiques pour la courbe des contraintes radiales et tangentielles.



Fig. 2.7 Fenêtre d'aide

Description et aide du logiciel :

L'aide du logiciel comprend une description détaillée du logiciel. L'aide se trouve à droite dans la barre de menu sous la commande de menu « ? » et l'entrée de menu « Aide ».



Consignes de sécurité et avertissements

<u>h</u>	AVIS
Ę	La pression nominale ne doit pas dépasser 30bar !
	La soupape de sécurité se déclenche à env. 35bar.
	Le tube cylindrique peut se distendre de manière irréversible. Le système hydraulique peut présen- ter un défaut d'étanchéité.
<u>f</u>	AVIS
ß	Il s'agit d'un <b>système hydraulique fermé hermé- tiquement</b> sans réservoir de stockage. Ce systè- me ne nécessite en principe aucun entretien.
- App	AVIS
ES.	En fonction de la température ambiante, la pres- sion d'huile peut varier de plusieurs bar.
	Après avoir exécuté l'essai, le cylindre doit être déchargé (0bar) afin d'éviter une éventuelle sur- charge du système.
<u>h</u>	AVIS
ES .	Le démontage éventuel de l'appareil ne doit être effectué qu'à l' <b>état hors pression</b> .
<b>A</b>	AVIS
٤y ٤y	L'application des extensomètres à jauge est très sensible.

Ne pas toucher !

3



### AVIS

L'appareil est spécialement conçu pour le raccordement à l'**amplificateur de mesure multivoie FL 151** de la société **G.U.N.T.** 

ANALYSE DES CONTRAINTES AU NIVEAU D'UN RÉSERVOIR À PAROI MINCE

Le bon fonctionnement de l'appareil ne peut être garanti que pour cette combinaison.

Si d'autres appareils de mesure sont raccordés, tenir compte particulièrement de la valeur (maximum 10V en tension continue) et de la polarité correctes de la tension d'alimentation des extensomètres à jauge.



### 4 Théorie

### 4.1 Contraintes dans le réservoir à paroi mince

 $\sigma_a$   $\sigma_t$   $\rho_i$ Fig. 4.1 Réservoir sous pression intérieure r  $\sigma_t$  r  $\sigma_t$   $\sigma_t$ 

Lorsqu'un réservoir cylindrique à paroi mince est soumis à une pression intérieure  $p_i$ , une **contrainte plane** se crée dans la paroi du réservoir. Cette contrainte se compose d'une contrainte dans la direction périphérique  $\sigma_t$  et d'une contrainte dans la direction de l'axe  $\sigma_a$  du réservoir.

Un réservoir est considéré comme étant à paroi mince lorsque le diamètre moyen *d* est grand par rapport à l'épaisseur de paroi *s*. Dans la pratique, cela s'applique à partir d'un rapport d'environ  $d_a \neq d_i \leq 1,2$ . À la place du diamètre intérieur ou extérieur, on peut donc utiliser le diamètre moyen

$$d = \frac{d_i + d_a}{2} \tag{4.1}$$

Dans le cas des composants à paroi mince, les contraintes sur l'épaisseur de paroi peuvent être considérées comme étant constantes. En outre, la contrainte  $\sigma_r$  dans la direction radiale est petite et donc négligeable par rapport aux deux autres contraintes.

Dans le cas des réservoirs sous pression, on distingue deux cas de charge.



### 4.1.1 Le réservoir est ouvert aux extrémités (tube)



Fig. 4.3 Tube



Seule une contrainte  $\sigma_t$  dans la direction périphérique intervient dans ce cas de figure. La charge dans la direction axiale est égale à zéro. Il s'agit d'une contrainte axiale. Dans le cas présent, la contrainte de compression *F* des faces d'extrémité est enregistrée via des pistons mobiles et le châssis de base.

La contrainte peut être calculée via un équilibre des forces au niveau d'un demi-segment de cylindre. La charge exercée par la pression intérieure  $p_i$  doit être enregistrée à partir de la **contrainte périphérique**  $\sigma_t$  dans la paroi.

$$p_i dL = 2 \sigma_t sL \tag{4.2}$$

La longueur *L* du cylindre peut être réduite. En isolant la contrainte périphérique, on obtient

$$\sigma_t = \rho_i \, \frac{d}{2s} \tag{4.3}$$

### 4.1.2 Le réservoir est fermé aux extrémités (chaudière)



Fig. 4.5 Chaudière

Dans le cas présent, la contrainte de compression des faces d'extrémité du corps cylindrique est également transmise. Outre la direction périphérique, cela entraîne  $\sigma_t$  également une contrainte dans la direction  $\sigma_a$  axiale. En l'occurrence, la contrainte peut également être calculée via un équilibre des forces

$$p_i \frac{d^2 \pi}{4} = \sigma_a \ d \ \pi \ s \tag{4.4}$$



# ANALYSE DES CONTRAINTES AU NIVEAU D'UN RÉSERVOIR À PAROI MINCE

La formule contient  $\frac{d^2\pi}{4}$  la face du cylindre et *d*  $\pi$  *s* la surface annulaire de la paroi. En transposant la **contrainte axiale**  $\sigma_a$ , on obtient

$$\sigma_a = \rho_i \frac{d}{4s} \tag{4.5}$$

La contrainte périphérique est aussi grande que dans le cas du cylindre ouvert

$$\sigma_t = \rho_i \, \frac{d}{2s} \tag{4.6}$$

Il est intéressant de constater que la contrainte périphérique  $\sigma_t$  est exactement deux fois plus grande que la contrainte axiale  $\sigma_a$ . Cela explique le phénomène selon lequel les réservoirs se fendent toujours dans la direction longitudinale.

Les formules qui en découlent s'appliquent également aux réservoirs soumis à une surpression extérieure. Il suffit simplement de remplacer la pression intérieure par la pression extérieure négative

$$p_i = -p_a \tag{4.7}$$

Dans le cas des réservoirs à paroi mince soumis à une pression extérieure, la défaillance est cependant plutôt due au bossellement. En l'occurrence, la paroi soumise à une charge de pression fléchit brusquement.



### 4.2 Déformations et contraintes

Puisque, en général, les contraintes dans un corps ne peuvent pas être mesurées directement (la méthode de photoélasticité constitue une exception), on s'aide de la mesure des déformations au niveau de la surface. Les déformations de la surface sont également mesurées avec l'appareil FL 130. Dans ce cas, des extensomètres à jauge sous forme de demi-ponts sont disposés dans différentes directions sur la surface du cylindre de mesure.

À la contrainte plane (bidimensionnelle) s'applique le rapport suivant entre les **contraintes principales**  $\sigma_{1, 2}$  et les **déformations principales** 

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - \nu} \left( \varepsilon_1 + \nu \varepsilon_2 \right) \tag{4.8}$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - v} \left( \varepsilon_2 + v \varepsilon_1 \right) \tag{4.9}$$

La formule contient E du **module d'élasticité** et v le **coefficient de Poisson**.

À l'aluminium s'applique ce qui suit :

$$E = 72000 \,\text{N/mm}^2$$
  
 $v = 0,33$ 



### 4.2.1 Rapports de transformation

Puisque, en général, on ne connaît pas la direction des déformations principales, il faut déterminer dans un premier temps la déformation principale à partir de la déformation mesurée dans une direction quelconque. La transformation de direction des contraintes et des déformations est assez compliquée. En l'occurrence, seules les formules finies doivent être indiquées, puis appliquées sur le **cercle de Mohr**.

À la **transformation des déformations** d'un système de coordonnées principal en un système de coordonnées x,y quelconque déformé à un angle  $\alpha$  s'applique ce qui suit

$$\varepsilon_{x} = \frac{1}{2} [(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}) + (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2})\cos 2\alpha] \quad (4.10)$$

$$\varepsilon_y = \frac{1}{2} [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha] \quad (4.11)$$

À la **transformation des contraintes** s'appliquent des équations analogues

$$\sigma_x = \frac{1}{2} [(\sigma_1 + \sigma_2) + (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha] \quad (4.12)$$

$$\sigma_y = \frac{1}{2} [(\sigma_1 + \sigma_2) - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha]$$
 (4.13)





### 4.2.2 Cercle de Mohr



La transformation des déformations peut être représentée sous forme graphique dans le cercle de Mohr des déformations.

Les glissements (angle de glissement)  $\gamma$  sont reportés sur les déformations  $\varepsilon$ . On constate que les glissements et les déformations se déplacent sur un cercle lors de la transformation de direction. Le diamètre du cercle correspond exactement à la différence entre les deux déformations principales  $\varepsilon_{1,2}$ .



Le cercle des déformations permet de relever rapidement les déformations pour n'importe quel angle de direction  $\alpha$ . Il faut veiller à ce que l'angle de rotation soit appliqué deux fois et dans le sens de rotation inverse dans le cercle de Mohr.



Fig. 4.8 Cercle de Mohr pour la transformation des déformations



On peut également dessiner un cercle de Mohr pour les contraintes normales  $\sigma$  et les contraintes de cisaillement  $\tau$ .



Fig. 4.9 Cercle de Mohr pour la transformation des contraintes



### 4.2.3 Détermination des déformations principales et des contraintes principales



Fig. 4.11 Détermination des déformations principales via trois extensomètres à jauge

Afin de déterminer les déformations principales et les contraintes principales inconnues, on effectue trois mesures de déformation décalées de 45°. Ces déformations mesurées  $\varepsilon_a$ ,  $\varepsilon_b$ ,  $\varepsilon_c$  peuvent être formulées sous forme de fonctions des déformations principales inconnues.

$$\varepsilon_a = \frac{1}{2} [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \cos 2\alpha] \quad (4.14)$$

$$\varepsilon_b = \frac{1}{2} [(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) \sin 2\alpha] \qquad (4.15)$$

$$\varepsilon_{c} = \frac{1}{2} [(\varepsilon_{1} + \varepsilon_{2}) - (\varepsilon_{1} - \varepsilon_{2}) \cos 2\alpha] \qquad (4.16)$$

Ces trois équations sont résolues en fonction des trois grandeurs inconnues  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  et  $\alpha$ .

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2}$$
(4.17)

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{\varepsilon_a - 2\varepsilon_b + \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c}$$
(4.18)

Les contraintes principales inconnues peuvent être calculées à partir des déformations principales.

$$\sigma_1 = \frac{E}{1 - v} \left( \varepsilon_1 + v \varepsilon_2 \right) \tag{4.19}$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - v} \left( \varepsilon_2 + v \varepsilon_1 \right) \tag{4.20}$$







### 5.1 Détermination des contraintes principales avec le cylindre ouvert (tube)



Fig. 5.3

Lors de cet essai, le piston repose sur le châssis.

- Dévisser le bouton de soulagement sur le cylindre hydraulique pour décharger l'appareil (0bar).
- Visser le bouton de soulagement sur le cylindre hydraulique.
- Visser la poignée-étoile sur le piston jusqu'à ce que le manomètre affiche une légère déviation. Le cylindre est à présent ouvert, il n'est donc pas verrouillé par le piston.

Desserrer la poignée-étoile d'env. 1/2 tour. Le manomètre doit se situer sur 0bar.

 Générer la pression souhaitée à l'aide du levier à main sur la pompe hydraulique.

### AVIS

Pression maximale autorisée env. 30 bar.

- Relever les valeurs des voies A1 à A5 et les noter.
- Dévisser le bouton de soulagement sur le cylindre hydraulique pour décharger l'appareil (0bar).
- Répéter le relevé des valeurs des voies à une pression de 0bar.

La valeur de mesure pertinente est déterminée à partir de l'écart entre les deux relevés. Il est ainsi possible de compenser les éventuels effets de dérive.

# Tous droits réservés, G.U.N.T. Gerätebau, Barsbüttel, Allemagne 12/2011





Fig. 5.4 Déformation due à la pression Déformation – radiale – valeurs pos. Écrasement – axial – valeurs nég.

Lors	d'un	essai	effe	ectué	à ti	itre	ďe	xemj	ole,	on	а
obter	nu les	s vale	urs	suiva	ntes	s po	our	une	pre	ssic	n
de 20	Obar	:									

Essai : cylindre ouvert Pression : <i>p</i> = 20bar = 2N/mm²					
Voie	Angle	Déformation			
A1	0°	$-114 \cdot 10^{-6}$			
A2	30°	$4,3 \cdot 10^{-6}$			
A3	45°	$107 \cdot 10^{-6}$			
A4	60°	$227\cdot 10^{-6}$			
A5	90°	$340 \cdot 10^{-6}$			

Tab. 5.1 Valeurs d'un essai effectué à titre d'exemple

Pour déterminer les déformations principales et les contraintes principales, on utilise les déformations à un angle  $\alpha = 0^{\circ}$ , 45°, 90°.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{eff}(0^\circ) = -113 \cdot 10^{-6} \tag{5.1}$$

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{eff} (45^\circ) = 107 \cdot 10^{-6}$$
 (5.2)

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{eff}(90^\circ) = 340 \cdot 10^{-6}$$
 (5.3)



Les déformations mesurées permettent de créer le cercle de Mohr.



Fig. 5.5 Cercle des déformations du cylindre ouvert

Les déformations mesurées permettent de calculer  $\epsilon_1,\,\epsilon_2$  et  $\alpha$  .

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2}$$
(5.4)

$$\varepsilon_1 = 340 \cdot 10^{-6}$$
 (5.5)

$$\varepsilon_2 = -113 \cdot 10^{-6} \tag{5.6}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{\varepsilon_a - 2\varepsilon_b + \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} = -0,85^{\circ}$$
(5.7)



Les contraintes principales inconnues peuvent être calculées à partir des déformations principales.

$$\sigma_1 = \frac{\mathsf{E}}{1 - v^2} (\varepsilon_1 + v \varepsilon_2) = 24,45 \text{ N/mm}^2 (5.8)$$

$$\sigma_2 = \frac{E}{1 - v^2} (\varepsilon_2 + v \varepsilon_1) = -0,06 \text{ N/mm}^2 (5.9)$$

Il s'agit clairement d'une contrainte axiale. La deuxième contrainte principale est presque égale à zéro et se situe dans le sens de l'axe du cylindre. Ce résultat se recoupe avec les énoncés théoriques (voir Chapitre 4.1.1, Page 9). À titre de comparaison, on obtient par calcul les contraintes suivantes.

$$\sigma_T = \sigma_1 = \frac{p d}{2 s} = 24,33 \text{ N/mm}^2$$
 (5.10)

$$\sigma_a = \sigma_2 = 0 \tag{5.11}$$

avec p = 2N/mm<sup>2</sup> d = 73mm s = 3,0mm

La concordance avec les données de mesure doit être considérée comme très positive.



# 5.2 Détermination des contraintes principales avec le cylindre fermé (chaudière)



Fig. 5.6

Lors de cet essai, le piston repose sur le cylindre. En outre, le cylindre est chargé dans le sens axial.

- Dévisser le bouton de soulagement sur le cylindre hydraulique pour décharger l'appareil (0bar).
- Dévisser le piston jusqu'à la butée.
  Ensuite, revisser le piston d'environ 1/2 tour.
- Visser le bouton de soulagement sur le cylindre hydraulique.
- Générer la pression souhaitée à l'aide du levier à main sur la pompe hydraulique.

### AVIS

Pression maximale autorisée env. 30 bar.

• Contrôler si le piston se situe sur le collet du cylindre et donc si le cylindre est fermé :

La poignée-étoile du piston doit être déchargée et doit pouvoir être tournée facilement.

- Relever les valeurs des voies A1 à A5 et les noter.
- Dévisser le bouton de soulagement sur le cylindre hydraulique pour décharger l'appareil (0bar).



 Répéter le relevé des valeurs des voies à une pression de Obar.

La valeur de mesure pertinente est déterminée à partir de l'écart entre les deux relevés. Il est ainsi possible de compenser les éventuels effets de dérive.

Lors d'un essai effectué à titre d'exemple, on a obtenu les valeurs suivantes pour une pression de 20bar :

Essai : cylindre fermé Pression : <i>p</i> = 20bar = 2N/mm²						
Voie	Angle	Déformation				
1	0°	58 · 10 <sup>-6</sup>				
2	30°	$116 \cdot 10^{-6}$				
3	45°	$167 \cdot 10^{-6}$				
4	60°	$225\cdot 10^{-6}$				
5	90°	$280 \cdot 10^{-6}$				

Tab. 5.2 Valeurs d'un essai effectué à titre d'exemple

Pour déterminer les déformations principales et les contraintes principales, on utilise les déformations à un angle  $\alpha = 0^{\circ}$ , 45°, 90°.

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{eff}(0^\circ) = 58 \cdot 10^{-6}$$
 (5.12)

$$\varepsilon_b = \varepsilon_{eff} (45^\circ) = 167 \cdot 10^{-6}$$
 (5.13)

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{eff}(90^\circ) = 280 \cdot 10^{-6}$$
 (5.14)



Les déformations mesurées permettent de créer le cercle de Mohr pour le cylindre fermé.



Fig. 5.7 Cercle des déformations du cylindre fermé

Les déformations mesurées permettent de calculer  $\epsilon_1$  ,  $\epsilon_2$  et  $\alpha$  .

$$\varepsilon_{1,2} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_c}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2} (5.15)$$

$$\varepsilon_1 = 280 \cdot 10^{-6}$$
 (5.16)

$$\varepsilon_2 = 57,8 \cdot 10^{-6}$$
 (5.17)

$$\alpha = \frac{1}{2} \arctan \frac{\varepsilon_a - 2 \varepsilon_b + \varepsilon_c}{\varepsilon_a - \varepsilon_c} = -0,50^{\circ}$$
(5.18)

Les contraintes principales inconnues peuvent être calculées à partir des déformations principales.

$$\sigma_1 = \frac{\mathsf{E}}{1 - v^2} (\varepsilon_1 + v \,\varepsilon_2) = 24,16 \,\mathsf{N/mm^2} \quad (5.19)$$

$$\sigma_2 = \frac{\mathsf{E}}{1 - v^2} (\varepsilon_2 + v \varepsilon_1) = 12,13 \,\mathsf{N/mm^2} \quad (5.20)$$



À titre de comparaison, on obtient par calcul les contraintes suivantes.

$$\sigma_T = \sigma_1 = \frac{p d}{2 s} = 24,33 \text{ N/mm}^2$$
 (5.21)

$$\sigma_A = \sigma_2 = \frac{p d}{4 s} = 12,16 \text{ N/mm}^2$$
 (5.22)

avec 
$$p = 2$$
N/mm<sup>2</sup>  
 $d = 73$ mm  
 $s = 3,0$ mm

En l'occurrence, la concordance avec les résultats de la théorie est également parfaite.



### 5.3 Comparaison cylindre ouvert / fermé

Les contraintes des deux cas de charge sont ensuite représentées dans le cercle de Mohr.

Il est particulièrement intéressant de constater que la contrainte de cisaillement  $\tau$  maximale dans le cas de la contrainte axiale du cylindre ouvert est deux fois plus grande que dans le cas de la contrainte biaxiale du cylindre fermé.

Un cylindre ouvert en matériau ductile (dans ce cas l'hypothèse de la contrainte de cisaillement s'applique à la défaillance) se fendra plus tôt par rapport à un cylindre fermé.



Fig. 5.8 Comparaison cylindre ouvert / fermé



### 5.4 Détermination du coefficient de Poisson

Dans le cas de la contrainte axiale, il existe entre la déformation dans la direction *x* de la contrainte  $\sigma_x$  et les déformations dans les directions transversales y,z le rapport suivant.

$$\varepsilon_y = -v \ \varepsilon_x \tag{5.23}$$

$$\varepsilon_{\rm Z} = -v \ \varepsilon_{\rm X} \tag{5.24}$$

Lorsque les déformations sont mesurées dans des directions décalées de 90° dans le cas de la contrainte axiale (cylindre ouvert), le coefficient de Poisson  $\nu$  peut être facilement déterminé.

Avec les déformations du cylindre ouvert

$$\varepsilon_a = \varepsilon_{eff}(0^\circ) = -113 \cdot 10^{-6} \tag{5.25}$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_{eff}(90^\circ) = 340 \cdot 10^{-6}$$
 (5.26)

on obtient

$$v = -\frac{\varepsilon (0^{\circ})}{\varepsilon (90^{\circ})} = -\frac{-113 \cdot 10^{-6}}{340 \cdot 10^{-6}} = 0,332 \quad (5.27)$$

Cette valeur concorde parfaitement avec la valeur connue de 0,33 pour l'aluminium issue de la litté-rature.



### 6 Annexe

### 6.1 Caractéristiques techniques





34

# ANALYSE DES CONTRAINTES AU NIVEAU D'UN RÉSERVOIR À PAROI MINCE



Rangée supérieure

1

Connecteur : Mini Delta Ribbon 68 pôles (compatible avec FL 151)

Affectation du connecteur 68 pôles						
Broche	Raccorde-	Rangée	Rangée			
	ment	supérieure	inférieure			
1	B+	(CH 8)	n.c.			
2	S-		n.c.			
3	B-		n.c.			
4	S+		n.c.			
5	B+	(CH 7)	n.c.			
6	S-		n.c.			
7	B-		n.c.			
8	S+		n.c.			
9	B+	(CH 6)	n.c.			
10	S-		n.c.			
11	B-		n.c.			
12	S+		n.c.			
13	B+	CH 5	n.c.			
14	S-		n.c.			
15	B-		n.c.			
16	S+		n.c.			
17	+Us	Alimentation	n.c.			
18	-Us	Alimentation	n.c.			
19	B+	CH 4	n.c.			
20	S-		n.c.			
21	B-		n.c.			
22	S+		n.c.			
23	B+	СНЗ	n.c.			
24	S-		n.c.			
25	B-		n.c.			
26	S+		n.c.			
27	B+	CH2	n.c.			
28	S-		n.c.			
29	B-		n.c.			
30	S+		n.c.			
31	B+	CH 1	n.c.			
32	S-		n.c.			
33	B-		n.c.			
34	S+		n.c.			

Affectation du connecteur (voir également FL 151)

Tab. 6.1



## 6.2 Liste des symboles et unités

Symbole	Quantité mathématique / physique	Unité
d	Diamètre	mm
E	Module d'élasticité	N/mm <sup>2</sup>
L	Longueur	mm
p	Pression	N/mm <sup>2</sup> , bar
S	Épaisseur de paroi	mm
α	Angle	
ε	Déformation	
γ	Glissement	
V	Coefficient de Poisson	
σ	Contrainte normale	N/mm <sup>2</sup>
τ	Contrainte de cisaillement	N/mm <sup>2</sup>